

グラフ電卓の短期利用 —グラフ・アートの作成—

梅野 善雄*

一関工業高等専門学校

1 はじめに

グラフ電卓や数式処理電卓を活用した授業の実践例を見ると、それらの電卓を活用した特色ある教材が展開されている。しかし、そのような特色ある教材を作成することは、そう簡単ではない。この電卓を活用する場合の教師用指導案が豊富にあるわけではないので、授業の流れを自分で考えながら教材を新規に作成しなければならない。特に、短期間の貸与しかできない場合や、電卓を利用した授業を始めて行う場合などは、なおさらその教材の準備に頭を痛めることになる。

一方、グラフ電卓の最大の機能は、関数のグラフが簡単に表示されることである。ともかく関数を定義しさえすれば、電卓の方で勝手にグラフを表示してくれる。いろいろな関数を定義して次々にそのグラフを表示させていくだけでも、関数について多くの理解が得られるだろう。

その意味では、特に関数の授業では、新たな教材を用意して何かをさせることを考えなくても、単に電卓を持たせて自由に使わせるだけでも十分な効果が期待できる。特に、そのグラフ機能を利用すると、いろいろな関数のグラフをつなぎ合わせて絵(グラフ・アート)を作成することができる。その絵を作成させるには、どのタイプの関数がどのようなグラフになるか、学生はあらかじめ承知していなければならない。その意味では、グラフ・アートを作成させることは、関数グラフの総復習として極めて格好の題材である。

著者は、平成14年度の本校1年生の関数の授業で、数式処理電卓を短期間貸与した授業を行った。そして、関数に関する通常の問題演習の中で、電卓のグラフ機能を単に「答え合わせ」として、あるいは「思考の補助」として使用させた。特に、関数の総復習をかねて、グラフ・アートの作成を冬季休業の課題とした。ここでは、その概要について報告する。

2 高専1年の「関数」の内容

本校の1年生の数学(6単位)は、基礎数学Iと基礎数学IIの3単位ずつに分割され、関数は基礎数学IIで扱っている。著者は平成14年度の本校1年生の基礎数学IIを担当し、全4クラスで授業を行った。使用教科書は、森北出版の「新編高専の数学1(第2版)」である。関数の内容は、2次関数、べき関数、無理関数、分数関数、逆関数、指数関数、対数関数、そして三角関数である。三角関数は三角形の性質や加法定理までが含まれ、高専の専門科目の学習で必要になる初等関数の大半は1年で学ぶことになる。

ここでは、これらの関数の基本的な性質やグラフ、そして一般の関数 $y = f(x)$ のグラフの平行移動や対称移動などについて学ぶ。 x 軸との交点の座標を求めるときは、分数方程式、無理方程式、指数・対数方程式、そして三角方程式の解法についても触れることになる。なお、自然対数、

*021-8511 一関市萩荘字高梨 一関工業高等専門学校, E-mail: umesan@ichinoseki.ac.jp

逆三角関数，そして双曲線関数については，2年以降の微積分の学習の中で現れる．

グラフ電卓 (TI-89) を貸与したのは平成 14 年 12 月中旬である。1 人に 1 台を貸与した。本校所有の台数で不足する分は，メーカーの無償貸与制度[†] を利用した。なお，その時点で，三角関数のグラフまで終えている。それ以前の授業は，グラフ電卓は使用しない黒板による普通の授業である。

3 グラフ電卓 TI-89 の使用法

学生に貸与したグラフ電卓は極めて高機能である。貸与期間は限られているので，とりあえず，授業で必要となるグラフ機能について説明した。貸与直後の 3 時間 (50 分 × 3) で説明した内容は，以下のとおりである。それぞれにつき，主要事項を説明したプリントを配布した。また，液晶画面をプロジェクターでスクリーン上に写しながら説明した。

1 時間目	カバーの開閉，電源の ON/OFF， $\boxed{-}$ と $\boxed{(-)}$ の違い，小数表示の仕方，アルファベットキーの打ち方，カーソル移動，削除キー $\boxed{\text{CLEAR}}$ $\boxed{\leftarrow}$ の使い方，通常の間数電卓としての使い方，関数の定義と削除 \blacklozenge $\boxed{\text{F1}}$ ， $\sqrt{\quad}$ 印の意味，グラフ描画の方法 \blacklozenge $\boxed{\text{F3}}$ ，再描画のさせ方 $\boxed{\text{F4}}$ ，ボックス枠指定の拡大 $\boxed{\text{F2}}$ 1，トレース機能 $\boxed{\text{F3}}$ ，エラー画面の消し方 $\boxed{\text{ESC}}$
2 時間目	1 時間目の復習，描画範囲の定め方 \blacklozenge $\boxed{\text{F2}}$ ，拡大・縮小の仕方 $\boxed{\text{F2}}$ ， x 軸との交点の求め方，最大値・最小値の求め方，2 つのグラフの交点の求め方， x, y 座標の表形式表示 \blacklozenge $\boxed{\text{F5}}$ ，表の刻み幅やスタート位置の指定の仕方 \blacklozenge $\boxed{\text{F4}}$
3 時間目	個々の関数の描画範囲の指定方法 $\boxed{\updownarrow}$ ，関数の定義画面における描画スタイルの指定方法 $\boxed{2\text{nd}}$ $\boxed{\text{F1}}$ ，各種のフォーマット \blacklozenge $\boxed{\updownarrow}$ (座標軸の表示・非表示など)，ファイルの保存方法，グラフ・アートの紹介

3.1 1 時間目の概要

1 時間目は，関数を定義してグラフを表示できるようになることを目標とした。

まず，カバーの開閉の仕方や電源の ON/OFF の仕方を説明した。カバーをスライドさせないでひっぺ返そうとする学生や，閉じるときに逆向きに入れる者もいるので，あらかじめ注意しておくことが必要である。

最初は，基本画面 $\boxed{\text{HOME}}$ による通常の間数電卓としての使い方を説明した。式だけ入力して何も表示されないのでボートとしている者もいるので，結果を表示させるには $\boxed{\text{ENTER}}$ を押す必要があることを強調した。ただし，ここでいろいろな計算方法に深い入りすると時間が足りなくなる。 $\boxed{(-)}$ の使い方と削除キーの使い方に関する説明だけに押さえることが肝要であり，すみやかにグラフ機能の説明に移った方がよい。

関数 $y = f(x)$ のグラフを表示させるには， \blacklozenge $\boxed{\text{F1}}$ により関数の定義画面を出して関数式を定義する (図 1)。そして， \blacklozenge $\boxed{\text{F3}}$ を押せばグラフが表示される (図 2)。 $\boxed{\text{F2}}$ を押して「1: ZoomBox」を選択すれば，ボックス枠を指定して画面を拡大できる (図 3)。描画範囲は \blacklozenge $\boxed{\text{F2}}$ を押して直接指定もできる (図 4)，この画面で範囲を指定させると $x_{\min} > x_{\max}$ に指定したり， $\boxed{(-)}$ キーの

[†]<http://www.naoco.com/supo.htm>

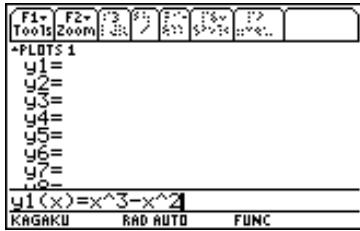


図 1

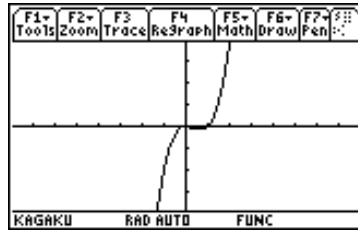


図 2

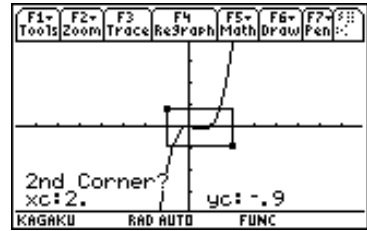


図 3

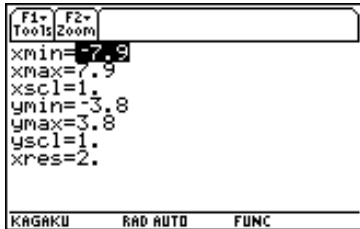


図 4

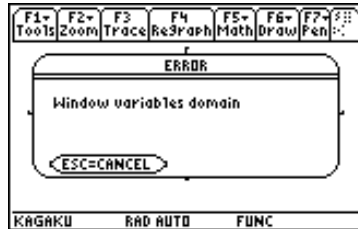


図 5

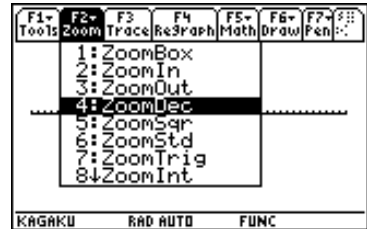


図 6

使い方を誤ってエラー画面が表示される場合がある (図 5)。そのような場合は $\boxed{F2}$ 4 を押させるようにした (図 6)。これにより、描画範囲が強制的に $|x| \leq 7.9$, $|y| \leq 3.8$ の範囲に変更される。

使い方を説明した後は、自由に関数を定義してグラフを表示させてみるように指示した。このような自由に任せると、「どのような関数を定義すればよいのか分からない」と言う者も出てくる。そのような場合は具体的な関数を指定する必要がある。

3.2 2 時間目の概要

2 時間目は、1 時間目に説明した内容の確認をし、描画範囲の指定の仕方 $\boxed{\blacklozenge}$ $\boxed{F2}$ と拡大・縮小の仕方 $\boxed{F2}$ について再度説明した。

その後は、グラフ画面における数学機能 $\boxed{F5}$ のうち、 x 軸との交点の求め方 $\boxed{F5}$ 2 (図 7)、最大値・最小値 $\boxed{F5}$ 3,4、複数グラフの交点の求め方 $\boxed{F5}$ 5 について説明した。いずれも、求める点の両側を指定することを強調するだけなので、どれか 1 つについて詳しく説明すれば十分である。テーブル設定 $\boxed{\blacklozenge}$ $\boxed{F4}$ では、設定後に \boxed{ENTER} を 2 回押すことが必要である (図 8)。

これらの機能を、具体的にプロジェクターで写しながらやってみせ、生徒側にも同じ操作をさせた。そして、その後は、教師側が指定した関数について、いろいろな操作をさせる演習を課した。その内容は、関数 $y = \frac{x}{2} - 1.5 \sin 2x$ を定義させて、トレース機能を利用して特定の点の座標を求めるもの (図 9)、 $\boxed{F5}$ を利用し、 x 軸との交点の x 座標や最大値・最小値を求めるもの、画面を示して同じ画面を作らせるもの、画面を示してその描画範囲を求めるもの、複数の関数を定義させて特定の関数のグラフだけを描画させるもの、テーブル機能を利用して座標を表示させるものなどである。

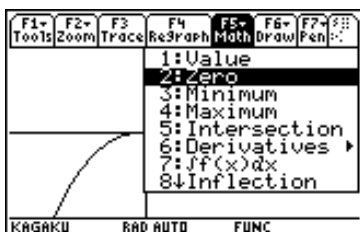


図 7



図 8

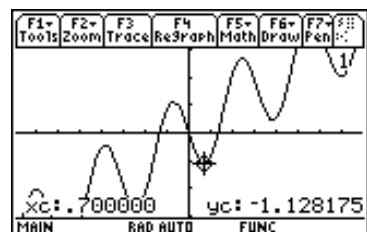


図 9

3.3 3時間目の概要

3時間目は、 $\boxed{}$ を利用して、個々の関数に描画範囲を指定する方法について説明した。 $\boxed{}$ の後に、 x の範囲を指定するだけである。たとえば、 $1 < x < 2$ の範囲であれば、

$$y1 = x^3 - x^2 \mid 1 < x \text{ and } x < 2$$

のような形で指定する。andの両側には空白が必要である。各曲線の描画スタイルを指定するには、 \blacklozenge $\boxed{F1}$ で定義した関数のうち、描画スタイルを変更したい関数を黒く反転させて $\boxed{2nd}$ $\boxed{F1}$ ($\boxed{F6}$)を押せばよい(図10)。次に、 \blacklozenge $\boxed{}$ による座標軸の表示・非表示など各種フォーマットの指定方法を説明した(図11)。そして、それらを利用すると、関数のグラフをつなぎ合わせて簡単な絵が作成できることを例示し、残りの時間で何か作成してみるように指示した。こちらが例示したのは図12である。直線と放物線だけを組み合わせた単純な図である。また、 $\boxed{F1}$ 2を押して、Variableの箇所に適当な名前を指定すれば、作成したファイルが保存されること説明した。その名前は、たとえば、機械工学科の10番であれば、「m10」を指定するようにさせた。

そして、冬季休業の課題として、関数のグラフをつないだ絵(グラフ・アート)を作成してやることを告げた。グラフ・アートを作成するには、学生はいろいろな関数やその描画範囲を自分で主体的に決定しなければならない。その作成作業は試行錯誤を伴い、落ち着いて考えるにはまとまった時間も必要である。これを平常の授業の中で作成させることは困難と思われることから、冬季休業の課題としたものである。また、授業では三角関数のグラフまで終えているので、これは既習の関数のグラフの総復習をさせることも兼ねている。

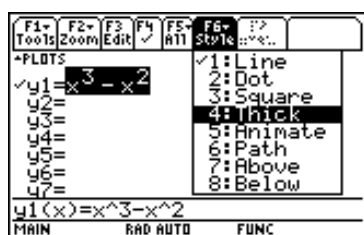


図 10

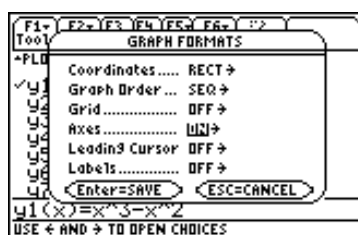


図 11

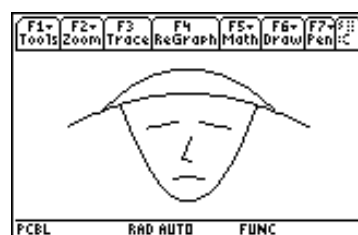


図 12

4 提出されたグラフ・アート

休業明けには、課題としたグラフ・アートが提出されてきた。その提出は、教師用の電卓にファイルをコピーすることで行った。コピー手順は、次の通りである。

- (1) 2つの電卓をケーブルで接続する。
- (2) 受信側で、 $\boxed{2nd}$ $\boxed{-}$ (var-link) を押してから $\boxed{F3}$ 2 (Receive) を押す。
- (3) 送信側で $\boxed{2nd}$ $\boxed{-}$ (var-link) を押し、送信するファイルを反転させてから $\boxed{F3}$ 1 を押す。

多少の遅れはあったものの、最終的には169名中163名から課題が提出された。次頁に、提出された幾つかの作品を示す。題名はそれぞれの生徒がつけたものである。いずれも、この電卓の使い方に関して3時間の説明を受けただけで作成されている。正直なところ、これだけのものが作成されることは全く予想していなかった。最近の若者のテクノロジー操作の飲み込みの早さと、アートとしてのセンスには驚嘆させられるものがある。放課後、全作品の鑑賞会も行ったが、図12を修正しただけの作品(数作品)にはブーイングの声が上がっていた。

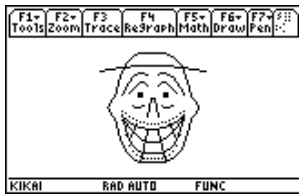


図 13: 変なおじさん

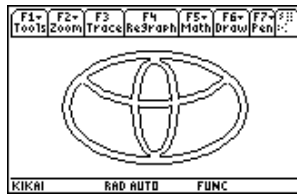


図 14: トヨタ

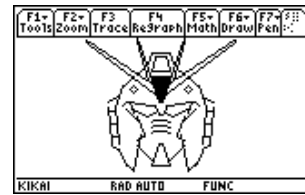


図 15: ヲガン ム

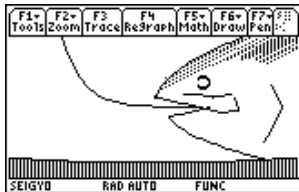


図 16: 釣り

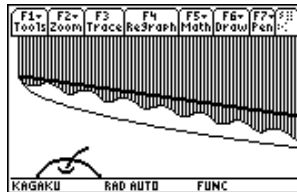


図 17: リンゴ切り



図 18: ピエロ

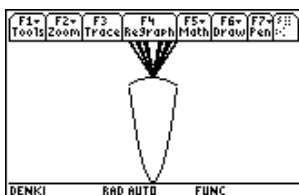


図 19: ニンジン

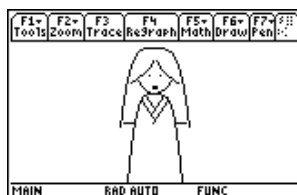


図 20: こけし

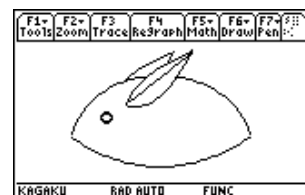


図 21: 雪兎

図	関数の数	作成時間	関数のタイプ
図 13	29 個	2 時間 30 分	$ax + b, a(x - p)^2 + q, a(x - p)^4, a x - p + q, \pm\sqrt{a(x - p)}$
図 14	20 個	4 時間	$\pm\frac{b}{a}\sqrt{r^2 - x^2} + q$
図 15	77 個	21 時間	$ax + b, ax + b, \pm\sqrt{r^2 - (x - p)^2} + q$
図 16	41 個	4 時間 30 分	$ax + b, ax^2 + b, \sqrt{ax + b}, 2^{ax+b}, \pm\sqrt{r^2 - (x - p)^2} + q$
図 17	6 個	1 時間 30 分	$ax + b, a(x - p)^2 + q, \pm\sqrt{ax + b} + c, \sqrt{r^2 - (x - p)^2} + q, ax + b \sin cx$
図 18	43 個	27 時間	$ax + b, a(x - p)^2 + q, \frac{k}{x - p} + q, \pm\sqrt{r^2 - (x - p)^2} + q$
図 19	9 個	4 時間	$ ax + b, ax^2 + b$
図 20	14 個	3 時間	$ax + b, ax^2 + b, ax^4 + b, \sqrt{ax} + b$
図 21	10 個	2 時間 30 分	$ax + b, a(x - p)^2 + q, \sqrt{b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) + q}$

図 17: リンゴ切り

$$y1 = -\sqrt{x + 7.5} + 1.7$$

$$y2 = -1/7 \cdot x + .7 \mid x > -7.7$$

$$y3 = \frac{-x}{5} + 1/5 \cdot \sin(3 \cdot x) \mid x > -7.6$$

$$y4 = \sqrt{2^2 - (x + 4.8)^2} - 4.8$$

$$y5 = (x + 4.9)^2 - 3.5 \mid -5.5 < x \text{ and } x < -4.4$$

$$y6 = \sqrt{x + 4.9} - 3.3 \mid x < -3.5$$

図 20: コケシ

$$y1 = \frac{5x^2}{6} + 1 \mid -1 < x \text{ and } x < 1$$

$$y2 = -(\sqrt{-2x} - 3.2) \mid x > -1.5$$

$$y3 = -(\sqrt{2x} - 3.2) \mid x < 1.5$$

$$y4 = \frac{-x^4}{3} + 3.5 \mid x < 2 \text{ and } -2 < x$$

$$y5 = -x^4 + 1$$

$$y6 = -0.6 + \frac{x}{100} \mid x < 1.9 \text{ and } 1 < x$$

$$y7 = 1.5x - 0.5 \mid x < 0.8 \text{ and } -0.1 \leq x$$

(以下略)

5 作成後の感想

グラフ・アートを作成後の感想も書かせた。その中から主なものを幾つかを紹介する。「意味がない」「関数の勉強とは関係がない」という感想を書く学生も数名あったが、大部分の学生は、「大変だったけどおもしろかった」「勉強になった」「達成感があった」「つかれた」などという感想を述べている。

- ちょっとめんどろなこともあったが、いろいろな関数を全体的に思い出すことができ、よかったと思う。
- 時間がかかったけど、思ったようなグラフがかけると、なかなかうれしいものがある(図14)。
- 一つ一つのグラフで、じわじわと出来上がっていく絵に、なにか表現できない気分になりました。
- 根気のいる作業だと思った。でも、完成した時に達成感があり、これを自分で作ったんだなあと思うとうれしくなった。
- 単調な絵になってしまったが、数ナビを使って関数のグラフを使用することで、いろいろなことができることを知り、前より関数に興味を持つことができた。
- さまざまな方程式を試してみることによって、今までよく分からなかった方程式が、どのようなグラフになるのかが分かるようになった。
- 平行移動の値を求めるのに苦労した。2次関数と楕円の丸みは似ていると思った(図21)。
- 最初は全くやる気がしなかった。でも、数ナビを適当にいじっていたら、おもしろいグラフができたので、やってみることにした。超めんどろくさい、と思っていたけど、自分が知っている範囲の簡単な関数でもできたので、うれしかった。作成しているときに、一番勉強しているという実感がわいた。

6 おわりに

グラフ・アートを作成するには、どのような曲線がどのような関数のグラフであるかを知っていなければならない。そして、描こうとする曲線の方程式を書き下すには、対称移動の有無、平行移動の量、そして係数などを何度も試行錯誤しながら、意図的に調整する必要がある。この作業を紙と鉛筆で行うことは容易なことではないであろう。しかも、その作業を行いながら、図形が作成されていく様子が具体的に見えるので、どの程度のことを自分が行ったのか、どの程度の作業がまだ残っているのかも明確である。単なる「お絵描き」のように見えながらも、「面倒くさかったけど」「完成したときの達成感があり」「関数の復習や勉強にもなり」「楽しかった」という作成後の感想は、まさに、このグラフ・アートの教育上の意義を物語るものと思われる。

[注]

- 1) グラフ・アートは、高専では金沢高専で最初に行われている。他の幾つかの高専でも行なわれており、学生の作品が Web 上で公開されている。

数ナビ活用研究会 <http://www.mathnavi.org/profiel/index.htm>

- 2) 平成12年度の本校2年生の作品は、第5回年会のときに紹介してある。

TI-89 を利用した関数のグラフ描画, T³Japan 第5回年会(大阪大会), pp.102-107, 2001.8