

中学校でのテクノロジーの活用・アラカルト

中澤房紀 (Naoco Inc./東日本国際大学)

本原稿は、当日配布する 86 ページの資料の一部を抜粋しまとめたものです。

≡ 反比例のグラフ

$y = \frac{6}{x}$ について、

- (1) $x > 0$ とき、 x の値が増加すると、それに対応する y の値は増加しますか。それとも減少しますか。
- (2) $x < 0$ とき、(1)と同じことを調べなさい。
- (3) x の値を 0 に近づけていく y の値がどうなるかを調べて、下の表 1 を完成させましょう。
- (4) x の値を 10, 100, 1000, 10000, …と、 x の値を大きくしていくとき、 y の値がどうなるかを調べて、下の表 2 を完成させましょう。

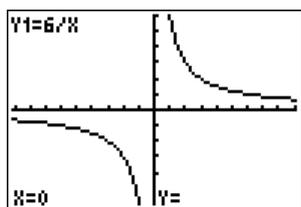
P1ot1	P1ot2	P1ot3
Y1=6/X		
Y2=		
Y3=		
Y4=		
Y5=		
Y6=		
Y7=		

表 1		表 2	
x	y	x	y
0.1		10	
0.01		100	
0.001		1000	
0.00000001		100000000	
0.000000000001		1000000000000	

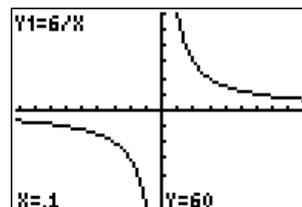
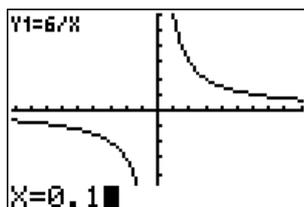
☞この活動により、「曲線」になることを発見するばかりではなく、それに加えて「漸近線」や「無限大」のような概念を伝えることになります。

□ 表を完成させるために以下のような操作で調べましょう。

- (1) グラフが表示されている範囲の数値を入力するとき。



0の時、 y の値がないことが重要。



- (2) 自由な x の値を入力して、それに対応する y の値を調べる。

TABLE SETUP	
TblStart=0	
△Tbl=1	
IndPnt: Auto	MS
Depend: 0000	Ask

X	Y1
X=10	

X	Y1
10	.6
X=	

学習指導要領でも扱いが出てくる、右の記法についても学びましょう。

$$1E-54 = 1 \times 10^{-54}$$

$$6E54 = 6 \times 10^{54}$$

≡ 連立方程式（紙と鉛筆で代数的解いていることを視覚的にみる。）

弟が 1 Km 離れた駅に向かって家を出ました。それから 10 分たつて、兄が自転車で同じ道を追いかけてきました。弟の歩く速さは毎分 60m、兄の自転車の速さは毎分 170m であるとする、兄は出発してから何分後に弟に追いつくでしょうか。

□ 紙と鉛筆で

兄が出発してからの時間を x 分とすると、

$$170x = 60(10 + x)$$

$$170x = 600 + 60x$$

$$110x = 600$$

$$x = 5\frac{5}{11}$$

兄が出発してから $5\frac{5}{11}$ 分後の、兄と弟の家からの道のりは、

$$\text{兄} \cdots 170 \times 5\frac{5}{11} = 927\frac{3}{11} \text{ (m)}$$

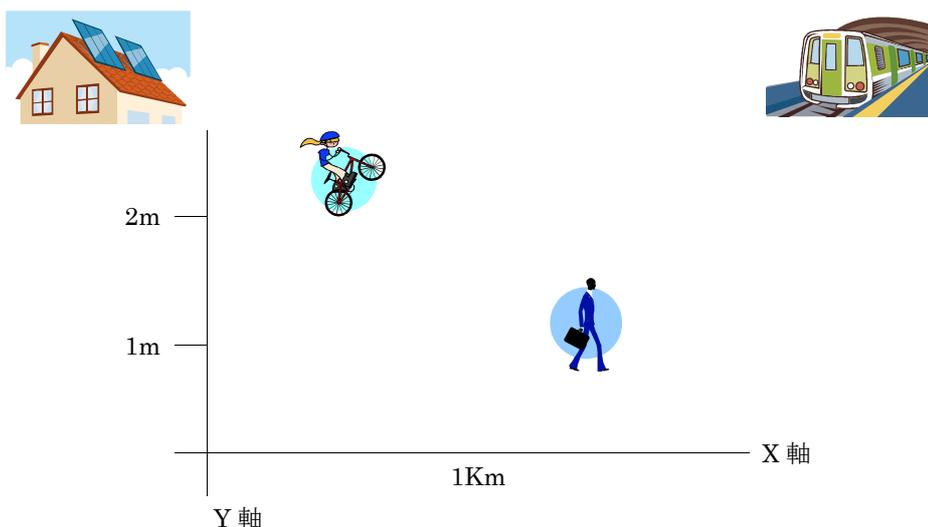
$$\text{弟} \cdots 60 \left(10 + 5\frac{5}{11} \right) = 927\frac{3}{11} \text{ (m)}$$

$927\frac{3}{11}$ m の地点で追いつき、問題にあっている。

□ イメージをグラフ化

弟が歩いている、兄が自転車で追いかけていく、実際にイメージできる様子をグラフ表示してみましょう。

道路を平面として考えて、駅方向を X、道路の幅方向を Y、と考えます。変数は時間 T です。

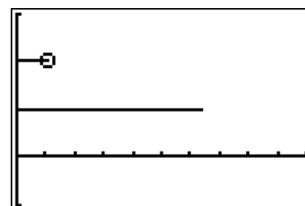


```
NORMAL SCI ENG
FLOAT 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
RADIAN DEGREE
FUNC [ ] POL SEQ
CONNECTED DOT
SEQUENTIAL SIMUL
REAL a+bi re^θi
FULL HORIZ G-T
SETCLOCK 10/08/27 17:42
```

媒介変数を選択します。

```
Plot1 Plot2 Plot3
X1T=60(10+T)
Y1T=1
X2T=170T
Y2T=2
X3T=
Y3T=
X4T=
```

弟は1mにある歩道、兄は2mの道路を駅に向かって歩きます。



下のグラフ弟、上のグラフが兄です。

実際の動きを「時間を軸にして」グラフ化することは生徒にとってそれほど容易ではありません。放物線のグラフとして扱う「垂直投げ上げ運動」について、実際の場面としてキャッチボールをしているイメージとしばしば混乱します。

≡ 平行移動

点 (2, 0) を通る式をできるだけたくさん作り、その式を下の空白に書きなさい。
 どのように考えて式を作りましたか。
 できた式を見て気づいたことがあれば書きなさい。

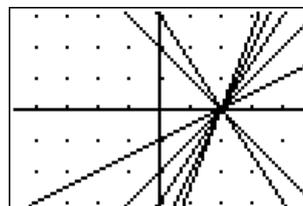
```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1 X-2
\Y2 (3/2)X-3
\Y3 =
\Y4 =
\Y5 =
\Y6 =
\Y7 =
    
```

式を入力してはグラフを描いてみましょう。

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1 X-2
\Y2 (3/2)X-3
\Y3 (1/2)X-1
\Y4 2X-4
\Y5 (5/2)X-5
\Y6 -X+2
\Y7 -(3/2)X+3
    
```



座標 (2,1) を通れば正解です。

これからがこの課題の本題です。

できた式をノートに書いて眺めてみましょう。

授業ではひとり一人に発表させ、先生がそれを黒板に書くのがよいでしょう。

$$y = x - 2$$

$$y = \frac{3}{2}x - 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$y = 2x - 4$$

$$y = \frac{5}{2}x - 5$$

$$y = -x + 2$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$



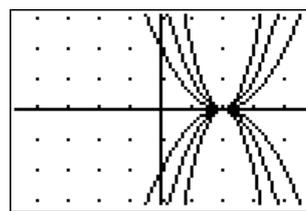
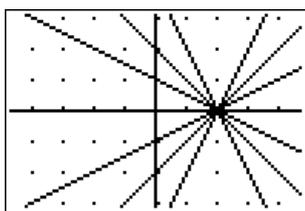
※点(2, 0)を通るとは、何を意味しているのでしょうか。
 y 軸との交点 (y 切片) は $x=0$ のときの y の値を表しており、その座標は $(0, y$ 切片の値) で表される。

※作った式は点(2, 0)を通ることを意識して整理できますか。

$y = a(x-2)$ と整理できましたか。このような形式で共通理解ができれば、次のようなリスト形式の入力方法を使ってグラフを描きましょう。

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1 {-2, -1, -.5, 0,
, .5, 1, 2} (X-2)
\Y2 =
\Y3 =
\Y4 =
\Y5 =
\Y6 =
    
```



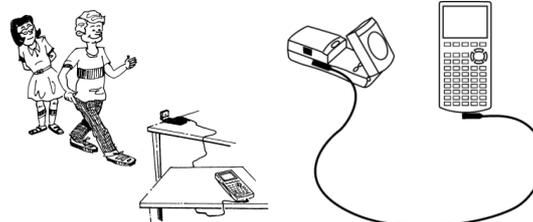
●2乗をつけたら、2次関数でよく見る平行移動ですね。

☞1次関数においては、「右への平行移動」と「下への平行移動」が同じである …などの発見があります。多くの高校生は、平行移動は2次関数のみと思っています。故に $y=1/(x-1)$ のグラフでも見当がつかないようです。三角関数などその他の関数の平行移動につながっていくことを期待したいものです。

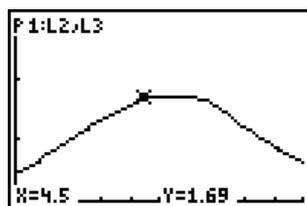
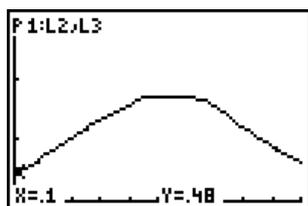
≡ 距離のグラフを体験する（モデリングで関数の総仕上げへ）

距離センサーを固定し、 x 軸を時間、 y 軸を距離としたとき、さまざまなグラフを描くように歩いてみましょう。

この Activity は、時間と距離の関係について実体験を通して学ぶものですが、「関数の連続、非連続」「モデリングの意味」「微分概念の導入」など多くの発展的な内容を含んでいます。



□ モデリングに必要なデータを収集する。



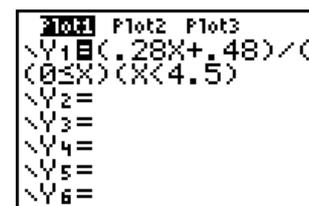
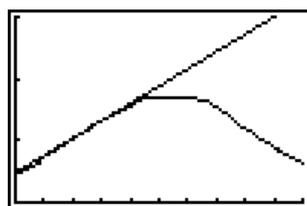
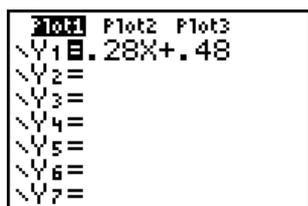
傾きを求める

$$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{1.69 - 0.48}{4.5 - 0.1} = 0.28$$

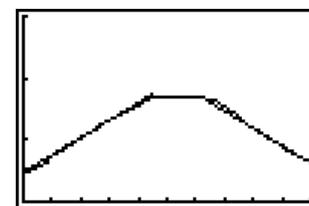
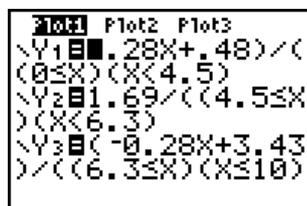
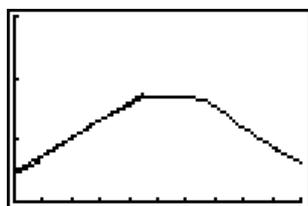
切片 0.48

$$y = 0.28x + 0.48 \quad (0 \leq x \leq 4.5)$$

2点を通る式を求める。(傾きが速さを表していることに気付くでしょうか。切片はスタートしたときのセンサーとの距離であることがわかるでしょうか。)



求めた式を入力してグラフを描く。正しければ変域を付け加える。



ここでは、3つの式でモデリングします。

☞ 予め式が決まっている。グラフが描かれている。このような状況では原点についてあまり意識していません。 $y = ax + b$ b は切片、切片と覚えるのですが、具体的な現象を扱うとき切片の意味合いは異なります。アナログのデータをデジタル化する。歩く様子（アナログ）をデジタル化（数値化）する。このとき軸が必要になります。

☞ 上記の式を言葉で表現してみましょう。正確に伝えるとき数式的に現象を捉えるのは有効です。
 <例> 私は距離センサーから 48cm 離れたところから、後ろ向きにおよそ毎秒 0.28m の一定の速度で 4.5 秒間遠ざかり、センサーから 1.69m のところで 1.8 秒静止した後、センサーに向かっておよそ毎秒 0.28m の速さで 3.7 秒間歩きました。

* 一定の速さとみなす。現実的には大切なものの見方です。

* 文章力は国語の授業のみならず、どの教科でも涵養することが大切です

≡ 100m 世界記録 ウサイン・ボルトは超人か？

次のデータは、陸上の 100m の世界記録の抜粋です。このデータをもとに、以下の課題について考えましょう

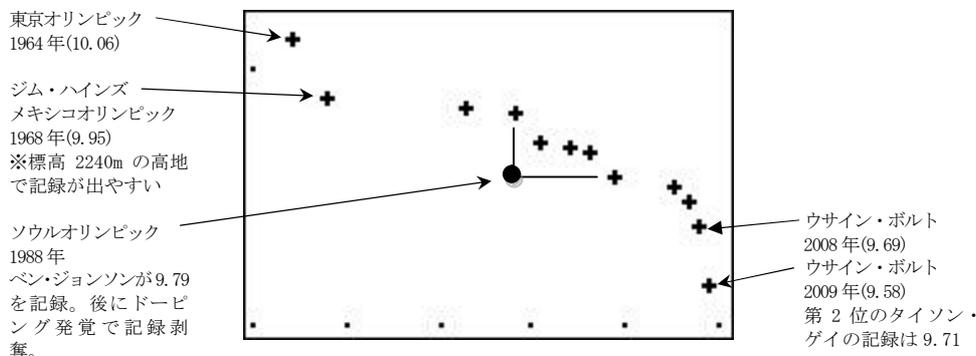
100m の世界記録抜粋 1964-2007

アスリート	国籍	年	時間
1 ボブ・ヘイズ	 アメリカ合衆国	1964	10.06
2 ジム・ハインズ	 アメリカ合衆国	1968	9.95
3 カルヴィン・スミス	 アメリカ合衆国	1983	9.93
4 カール・ルイス	 アメリカ合衆国	1988	9.92
5 カール・ルイス	 アメリカ合衆国	1991	9.86
6 リロイ・バレル	 アメリカ合衆国	1994	9.85
7 ドノバン・ベイリー	 カナダ	1996	9.84
8 モーリス・グリーン	 アメリカ合衆国	1999	9.79
9 アサファ・パウエル	 ジャマイカ	2005	9.77
10 アサファ・パウエル	 ジャマイカ	2007	9.74
11 ウサイン・ボルト	 ジャマイカ	2008	9.69
12 ウサイン・ボルト	 ジャマイカ	2009	9.58

【課題】

1. 上記の表から読み取れること述べなさい。
2. データをプロットすることで新たにわかったことを述べなさい。
3. 世界記録の更新において特筆される 2 人を上げるとしたら誰でしょうか。その理由を述べなさい。
4. 世界記録が 9.50 を突破し 9.49 となるのはいつになるでしょう。あなたの考えを述べなさい。

□ データをプロットしてみましょう。



□ 1年当たりどのくらい記録を短縮したかを見てください。(変化率を見る)

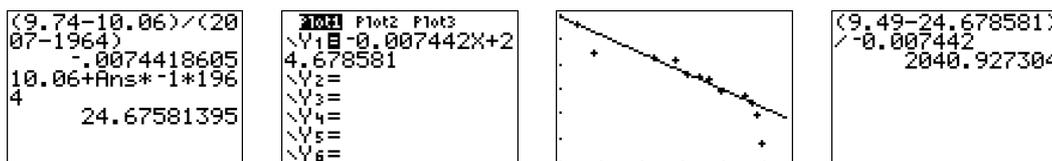


- ・ウサイン・ボルトの記録短縮率（年換算）が圧倒的なことがわかる。
- ・第2位のジム・ハインズの記録はメキシコオリンピックのもので、開催場所であるメキシコシティは標高が2240mと高く、記録が出やすいところであると言われている。よって、その記録が破られまで15年を要している。
- ・1988年のソウルオリンピックでベン・ジョンソンが9.79を記録しているが、後にドーピング発覚で記録剥奪。9.79は1999年のモーリス・グリーンによって記録されている。

□ 世界記録が9.50を突破し9.49となるのはいつになるかを予測する

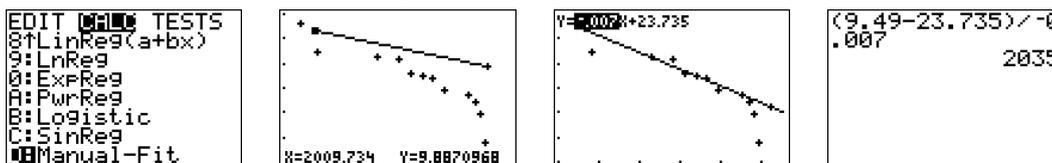
例1)

1968年のジム・ハインズとウサイン・ボルトの記録を除くと記録の減少はおおむね直線に見える。また、ジム・ハインズの記録が更新されるまで15年を要しており、この記録は特殊なものと考えることができる。また、ウサイン・ボルトの記録も過去の選手の記録と比較しても同じレベルで考えることができないものである。よって、1964年を起点として2007年の記録までの延長線で将来を予測することにした。



例2)

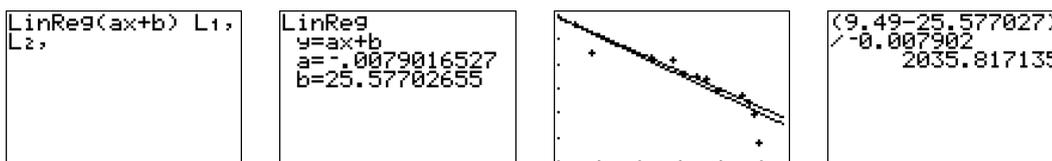
1968年のジム・ハインズとウサイン・ボルトの記録を除くと記録の減少はおおむね直線に見える。そこで、直線をデータの上の載せてみることにした。表示された式を使って9.49秒となる年を計算すると2035年である。



例3)

ジム・ハインズとウサイン・ボルトの記録も除外せずすべてのデータを対象に回帰する。すべてのデータを満足させる1次関数を求める。

L1(年) L2(時間)のデータで1次回帰を行い、その結果をY2に格納します。この式を使って9.49秒となる年を計算すると2035年である



☞中学校では「統計」と言わずに、「資料の整理」という表現を使っています。これは、人々の活動からでてくる様々なデータを整理することにより、その事象を数値的な根拠を持ってとらえる、その先を予測する、といったことを含んでいると考えます。自分の住む市や町の予算の推移、財政赤字の推移などから、今後自分の住む市や町の財政がどうなるかを予測することもいいでしょう。社会ではプレゼンテーション能力が求められますが、数値的な根拠を持って自分の考えを主張できることは大切な能力です。