数学と現実世界を結びつける数学的活動を取り入れた課題学習 - 水の温度上昇は本当に一次関数となるのか-

広島大学附属中・高等学校 喜田英昭

1. はじめに

中学校学習指導要領解説数学編(以下,指導要領解説)では,数学的活動について「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み」と定められている。そして, 具体的な数学的活動として,次の三つが示されている。

- ア 数や図形の性質などを見いだす活動
- イ 数学を利用する活動
- ウ 数学的に説明し伝え合う活動

そこで、本稿では「**イ 数学を利用する活動**」の一つの例として、第2学年「一次関数」において、グラフ電卓 voyage200 と CBL2 を用いて数学と現実世界を結びつける課題学習の実践事例を報告したい。

2. 学習計画とそのねらい

指導要領解説では、第2学年の数学的活動の例として「二つの数量の関係を一次関数とみなすことで事柄を予測する活動」が示されており、水を熱した時間と水温の関係を調べる実験が具体的に挙げられている。確かに、教科書等においてもこの事例が、一次関数の利用の例として取り上げられているが、教科書にはその実験結果と一次関数の式が挙げられているだけであり、本当にこのような結果になるのか生徒の中にも疑問が残ると思われる。

また、グラフ電卓などの情報機器の利用については、指導要領解説では「第3章 指導計画の作成と内容の取り扱い」の「コンピュータや情報通信ネットワークの活用」において、「電卓の機能を使うことによって、例えば、関数の学習で、表、式、グラフの関連を有機的に示したり、センサーを取り付けて動的な事象に対する資料の収集に利用したり、あるいは日常生活や社会に関する問題解決において方程式の解を簡単に求めたりすることができる。」と述べられており、解説においてもグラフ電卓とセンサーを利用して、問題解決を行うことが推奨されている。

そこで、本学習では次の課題を設定し、現実世界の現象を数学で解決する実験学習を行った。

【課題】

電熱線を使って水を熱したとき、熱した時間と水温の関係は、<u>本当に</u>教科書のように一次関数となるのでしょうか。

3. 学習の展開

上記の課題を解決するために、次のような学習計画を立てた。 第1時 課題の把握,実験 第2時 実験結果の考察,課題の発見

第3時 比較実験

第4時 実験結果の考察,学習のまとめ

まず,第1時において最初に考えさせたことは「どうすれば熱した時間と水温の関係が一次関数であることを確かめることができるだろうか」ということである。ここでは教科書やグラフ電卓は使わず,既習の知識をもとに考えさせた。このとき,生徒からは

- ・熱した時間をx, 水温をyとしたとき, y=ax+bとなればよい
- グラフが直線になればよい
- ・温度の上がり方が一定になればよい。

等の意見が挙がってきた。このように、実験を行う前に、課題の解決の方法を考えさせることで、 実験の方針も明らかになり、結果の考察も分かりやすくなると考えられる。

今回の実験はグループ(4 人 1 班)学習で行い,通常の教室ではなく,理科の実験室において行った。使用した実験道具は以下の通りである。

- 直流電源装置,電熱線
- ・発泡スチロールカップ(カップラーメンのカップを使用)
- •電圧計,電流計
- ・デジタル温度計
- ガラス棒
- ・グラフ電卓 (Voyage200) 2人で1台,合計20台
- ・データ収集機 (CBL2) ,温度センサー 各班に1セット 合計10セット



図1 実験道具

まず発泡スチロールカップ(カップラーメンのカップを使用)に水を 300g 入れ,それに電熱線を入れ,電熱線に 10V の電圧をかけ電熱線を温めた。そして温度上昇の様子を,グラフ電卓とデジタル温度計の 2 種類で測定した。このグラフ電卓とデータ収集機,温度センサーでは,測定回数と測定時間を設定することで,時間と水温の関係をグラフで表すことができる。今回の実験では,測定時間を 3 分(180 秒),測定回数を 180 回とし,1 秒に 1 回温度を測定するように設

定した。



図2 測定の様子

測定結果は次のような画面となる。

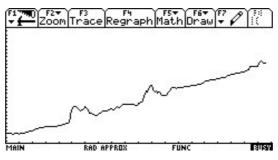


図3 3分間での水の温度上昇の結果

生徒は、グラフ電卓で測定するのは初めてだったので、最初はうまくデータが取れなかった。 しかし、ガラス棒を使ってかき混ぜながら測定すると温度上昇が一定になることを発見し、次第 に上手にデータが収集できるようになっていった。

次に、グラフ電卓のグラフ作成機能を用いて、このデータにあうようにy=ax+bの式を求めて いった。最初は適当にa, bの値を決めていたが、徐々にそれぞれの値の持つ意味が分かり、デ ータに合うような直線を求めることができていた。



図4 直線の式の表示

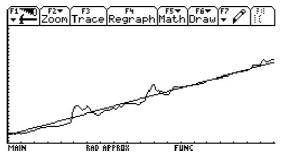


図5 データに直線をフィットさせる

この実験では、デジタル温度計を用いて、目測での計測も行った。デジタル温度計では 10 秒 ごとに 18 回温度を測定し、それを表にまとめた。これは、直線上に並んでいそうだが、実際にはほとんど直線上にないデータからどのように直線の式を求めたらよいかを考えさせるためである。

第2時では、実験の結果をふまえて、次の課題を設定した。

【課題】

データがほぼ一直線上に並んでいることがわかりました。

- (1) なぜ直線の式を求める必要があるのでしょうか。
- (2) どのようにしてこの直線の式を求めればよいでしょうか。

ここでは「測っていない時間に対する温度がどのくらいになるかを予測するため」という必要性のもと, (2)の求め方を考えさせ, 次のような意見が得られた。

- ・一番多くの点を通る
- ・全ての点の真ん中を通る
- ・xの増加量とyの増加量の平均を求める。
- ・両端の点を結ぶ

この課題では正しい方法を導くことよりも、与えられたデータから自分で考えた方法で求める のが目的である。グラフ電卓だけを使ってデータに合う直線を求めるのではなく、実際に頭を使 って直線を求め、その比較を行うような内容も、情報機器を用いる学習で重要であると考えられ る。

さて、この実験から、電熱線を温める時間と水温の関係が一次関数となりそうだということが 分かった。そこで、次に実験の条件を変えたら、どのように式などが変化するのかを考えさせた。

【新たな課題の発見】

実験の条件を変えると、水の温度上昇はどのようになるのでしょうか。

ここでは<条件の変更>と<結果の予想>をセットにして考えさせた。単に条件を変えるだけではなく、その結果を予想させることで、より実験に興味、関心を持たせることができるからである。生徒から挙げられた意見をもとに、次のように条件を変更した。

ア 水の量 300g 電圧 15V イ 水の量 200g 電圧 15V

ウ 水の量 200g 電圧 10V

生徒の予想は「電圧が変わると、傾きが変わるが、切片は変わらない。」という意見がほとんどであった。さらに、オームの法則、ジュールの法則を知らないので「電圧を2倍にすると、傾きも2倍になる」という予想が多くあった。

第3時では、先に挙げた3つの条件をについて比較実験を行った。生徒は2回目の実験ということもあり、スムーズに実験を行うことができ、二つの条件を比較して考察することができていた。



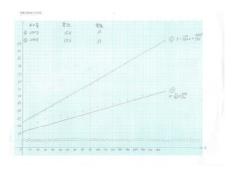


図6 2回目の実験とデジタル温度計の結果

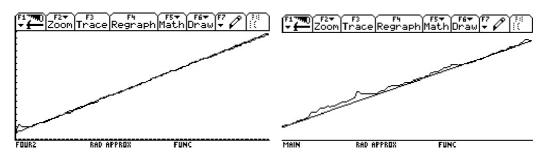


図8 アの実験データ(左), イの実験データ(右)

これらの実験結果の考察では

- ・水の量を減らしただけで、温度は上昇した。
- ・条件を変えただけでは最初の10秒が変わらなかった。
- ・予想とは違ったけれど傾きは大きくなった。
- ・電圧が高く、水の量が少ないほうが、温度が上昇しやすい。
- ・電圧を 10V から 15V まで上げると、グラフの傾きは約 $\frac{7}{3}$ 倍になった。

などの意見が得られた。電圧を上げたり、水の量を減らしたりすると、傾きが急になることは予測していた通りあったが、電圧と傾きが比例関係ではないということに気づいたグループも多く、この疑問が今後の理科や数学の学習のよいモチベーションとなればと思われる。

学習後の感想では,

- ・自然のことが一次関数になるのは不思議だった。
- ・実験して思ったのは、水温と時間はすべてが比例しているわけではない、ということです。

ガラス棒のかき混ぜ方などで少し違ってくるかなと思いました。

- ・数学というより理科の実験のような感覚だったのでとても楽しくできました。 などの意見が得られた。また、グラフ電卓については、
 - ・細かい数値まで記憶してくれるので、正確なグラフがかける。
 - すぐにグラフが表示される。
 - ・使うのが難しい(英語)。
 - ・使い方を間違えて、データが残っていなかった。

など、メリット、デメリットの両方の意見が得られた。

4. まとめ

実験を生かす数学的活動では、一つ一つの活動において「考える」過程が必要である。生徒は「考える」ことにより、実験の意味を知り、結果を考察し、新たな課題を発見することができるようになる。また、グラフ電卓などの情報機器を利用するときは、その機器に頼るのではなく、使わない方法との比較や、その機器を使うことのメリット、デメリットを考えさせることが大切である。しかし、現実事象を数学化し、そして数学的な考察を行い、現実事象を分析する、このような学習では情報機器の活用が不可欠であると感じる。情報機器を活用することにより、事象を動的に捉えることができ、さらには即時的な対応も可能であると思う。今年度はあらたにvoyage200を20台購入することができ、合計45台となった。1人に一つずつ使うことができるようになったので、グループ活動だけでなく、個人での思考活動がより発展するような活用の仕方を研究していきたいと考えている。

本実践は,独立行政法人日本学術振興会の

平成 21 年度科学研究費補助金 (奨励研究)

課題番号 21988013 『数学と現実世界の結びつきを体験させる発展型課題学習の教材開発』により行われている。