日常の中の電卓と学校教育の遊離

渡辺　信(生涯学習数学研究所)

longlifemath@gmail.com

概要　　電卓を含めたテクノロジーは日常生活の中で大いに使われている。この弊害として人々の計算力の低下・数学技能低下が学校教育から問題視されている。しかし、この問題を学校の外側から眺めたならば、学校教育に用いられていない、電卓を始めとしたテクノロジー活用の扱いを社会問題として指摘しなくてはならない。もっと積極的に「いつでも・どこでも」電卓を使う社会の中での学校教育を考えたい。テクノロジーから学校教育を眺めたときに、学校では何を学ぶことが必要かが出てくる。日常の中から発見した数学問題を電卓を用いて解決する楽しさを味わいたい。

テクノロジー（使用機種）ＴＩ－８９

1. 数学の問題ありますか？

生涯学習のなかで、数学の問題何か解きたいことありますか？ということに対してある者が不安そうに次のような問題を提示してきた。この問題に対してみんなでいろいろと挑戦することになった。みんなで問題を解くことになったのは面白かった。

問題　　医者にもらった錠剤を 1/3 飲むように言われている。錠剤 1/3 はどの辺で割ったらよいのか。数学を用いて示すことはできますか？

Graph 電卓（CAS）活用

円を描くに当たって、どこを原点にするか？

円の左側を y 軸に接する位置においてみる。(もっとよい方法があるかもしれないので、一度といてみてから考えることにした)

円の方程式は y ＝√(1-(x-1)^2))

割り位置を t とおく

ここからは電卓によって解く。

Solve((∫√(1-(x-1)^2)), x, 0, t)=π/6, t)

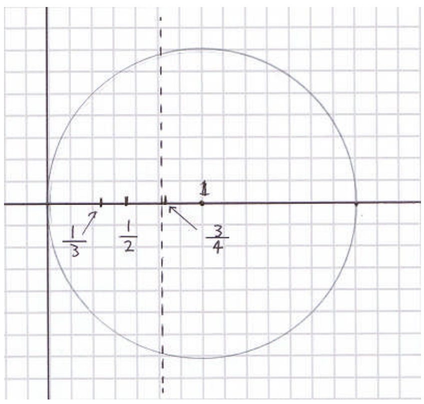
∫(√(1-(x-1)^2)), x, 0, t)

$\tan^{-1}$(√(t)/√-(t-2)+ (√(t)(t-1)√-(t-2))/2

solve($\tan^{-1}$(√(t)/√-(t-2)+ (√(t)(t-1)√-(t-2))/2=π/6, t)

t=0.73506791・・・・・

t=0.74



半径の３/４付近で割ればよい。電卓がなければ具体的な会派も止まらない。
この位置が決まれば、残りは横に半分に割る。

原点の位置を錠剤の中心にすると次のようになる。

Solve((∫√￣(1-(x)^2)), x, 0, t)=π/12, t)

∫(√￣(1-(x)^2)), x, 0, t)

$\sin^{-1}$(t)/2+ t√￣-(t^-2-1)/2

solve($\sin^{-1}$(t)/2+ t√￣-(t^-2-1)/2=π/12, t)

t=0.2649320・・・・・

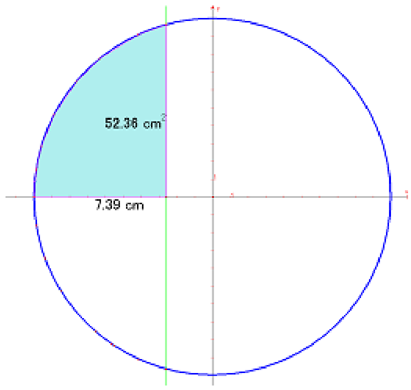
t=0.26

錠剤の右端から 1-0.26=0.74 を切ることになる。

計算は少し早いが求める面積がπ/12 になること、右側から切るというのは日常性ではない。結局この問題は計算で解けるが納得性がない。途中の計算は電卓の中で行い具体的に見えない。

カブリでの予測

半径 10cm で円を描き、カットするための垂線を作図する。
この垂線を動かすことによって面積の近似が得られる。
計算は数式ソフトが自動的に行い、求めたい面積の値が表示されたときに、長さ t が得られる。
垂線と円とで囲む面積を多角形で近似し、垂線を動かして、面積が円の 6 分の 1 になるように動かして探してみる。
左からの長さを測ると大体、半径 1 の 10 倍の値が得られる。
円の面積は 100π/6=52.36・・・
このときのカットする位置は約 7.39cm と図から読み取ることができる。この値は、先ほど求めた値に近く、
グラフ電卓で求めた値が正しいことを視覚的に確認できる。



エクセル活用による区分求積法の活用

高さ＝(1−(１ − x）＾ 2）＾（1/2）

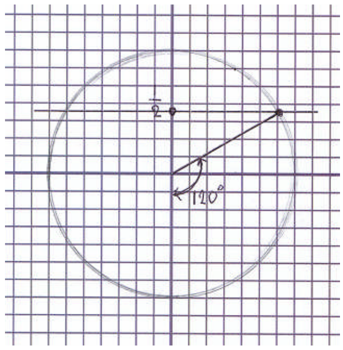
面積＝ x の幅×高さ

求める面積＝PI()/６　半径＝１の円の面積/６＝0.523599

x の幅	0.0001	x	高さ	面積	面積和	0.523599
始め	0	0	0	0	0	−0.5236
もとめる面積	0.523599	0.0001	0.014142	1.41E−06	1.41E−06	−0.5236
		0.735	0.964248	9.64E−05	0.523581	−1.8E−05
		0.7351	0.964276	9.64E−05	0.523678	7.89E−05

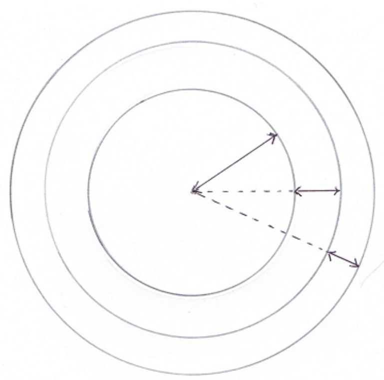
ｘの値は 0.7350＜ｘ＜0.7351 の間にある。
ｘの幅をより小さくすることによって範囲を狭めることができるが、求める値は 0.74 でよい。
計算はない。しかし、どのように考えるかが重要であり、細かく細分することは機械に任せる。
誰でもできることに近い。数学技能は全く使わないことから、今まで学んできた数学に疑問を抱くようになった。

角度を用いた三等分



面積を三等分することは中心角を 3 等分することである。角度を図る際に、分度器が必要になると考えがちである。しかし、三角関数(三角比)を使うことによって、半径の沖天に注目すれば角度 120 度を作ることができる。面積の 3 等分は角度の問題であり、特殊な角度を作ることは三角比の値によって求めることができる。
面積だけに注目する必要性はないことも面白い。

同心円にした分割

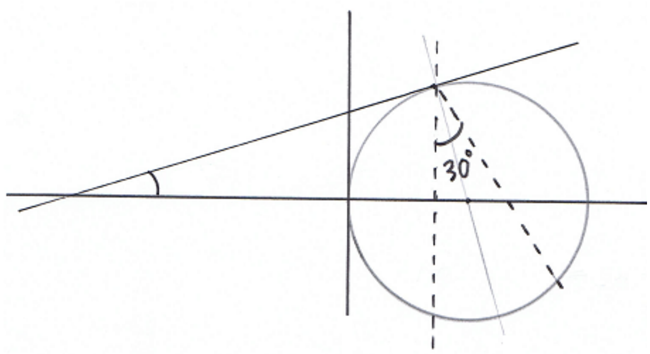


同心円を用いて３等分すると、半径はどのくらい違ってくるであろうか。半径１として、この単位円を同心円を用いて分けたときに、半径は　$\sqrt{3}/3$，$\sqrt{6}/3$，$\sqrt{9}/3=1$ になる。
ｎ等分したときの同心円の半径は、　$\sqrt{n}/n$，$\sqrt{2n}/n$，$\sqrt{3n}/n$，･･･，$\sqrt{(n-1)n}/n$，$\sqrt{(n^2)}/n=1$ と規則正しい。
中心から離れると幅は非常に小さくなっていくことは当然ではあるが一度は見ておくことに興味がある。
話はわかるが具体的に計算をしたことがない。このように同心円で分けることは日常的ではないが、分け方として考えられる。

粉末にして重さを計る

水に溶かして容積を量る

円周角による分割



Ｘ＝0.74 における接線の角度を求めると、15°になる。この角度を利用すると、３分割するときの円周角は 30°になる。
(0.75，0.97)における接線の傾き 0.27
$\tan^{-1}(0.27)=15°$
この分け方は積分の計算を知って次の分割の問題であった。これも日常的ではないが数学としての話題になる。角度は電卓によって求めた。

2．Technology 活用の為の数学教育

(1)計算力低下

Technology 活用すると、計算力が低下する。このような指摘は正しいであろうか？実際に多くの人は計算が低下したという。暗算ができなくなった、筆算ができなくなった、開平計算を学ばなくなった等、計算については学力低下が指摘される。しかし、多くの計算を必要とする人々からは Technology 活用を取り上げることはできない。消費税３％導入によって計算をすることは、Technology 活用にその場を譲った。Technology 活用が消費税３％を導入可能にしたとは、逆に不可能なことを可能に変えたともいえる。西洋のある国の消費税は 3%ではなく 12.3%と言うように桁数が多い。また、分野別に消費税の税額が違うなど、Technology 活用が可能にした社会現象である。また、電車に乗るときには切符を買う人はきわめて少なくなった。改札口で切符で乗る人は少なくなった。カードで処理することによって計算は不要になった。

(2)計算原理理解

明治時代の初めに日本の数学事情が変わった。ソロバン主体の計算術は筆算を導入することによって大きな違いが起こった。そして、現在の数学計算は Technology 活用へと、筆算からの変化が起こっていると考えられる。この変化を我々日本の数学教育は受け入れることができないままに、電卓を教育の中に導入しない。小学校に電卓を導入すると、計算の原理が理解できないという。筆算に切り替えた明治期の混乱は、ソロバン技能の低下を招いたのではなかろうか。ソロバンは位取りの原理が見える。しかし、筆算でも位取りは理解することが可能であった。電卓では計算原理が見えないことから、早くから電卓を使うことには現在の小学校では批判的である。この否定的な理由は、現状維持の教育を守る保守的な意見ではなかろうか。

(3)人はミニ電卓か

もう 40 年前に秋月康夫先生は数学教育では、「人をミニ計算機として教育することではない。計算機ができることは積極的に計算機にやらせればよい」と語った。Technology 活用が簡単になった今日、その Technology を活用することができるようにしたい。しかし、現在の数学教育は電卓を横に置いておくことによって、人は早く正確に計算ができなくてはいけない、計算ができることが数学の評価が高い。現在のように簡単に Technology 活用ができる技術立国日本の数学教育の方向は、計算が速く正確な人を育成することではない。錠剤を 3 等分する問題での積分の計算は易しくはない。Solve((∫√(1-(x-1)^2)), x, 0, t)=π/6, t)の計算部分は Technology 活用の時代では Technology を使うような方向に向かったほうがいいのではないか。

(4) Technology 活用の時代の数学教育

学校の数学教育は Technology 活用に否定的である。そしていつまでも電卓をはじめとして教育の中に Technology 活用を導入することに否定的である。この否定的なことを積極的に Technology 活用の方向に進む必要がある。この積極的に Technology 活用をすることは、数学教育が行うことは数学的な考え方を中心として、数学的思考を推し進めたい。これは計算を否定することではないことに注意しておきたい。どのように考えたらよいか、条件になることは何か等をふまえ、最適解を求めていくことの姿勢を訓練したい。これは論理的な事とはまた違うことも指摘しておきたい。数学教育で学ぶことが生涯学習に生かされることは技能ではなく、創造性豊かな方向を模索し、数学が楽しくなることが好ましい。